

***Laudatio* del professor Sir Michael F. Atiyah**

Rector Magnífic;
distingits membres del Claustre i del Consell Social;
autoritats acadèmiques, professors, estudiants, personal d'administració i serveis;
Presidente, vicepresidente y secretario de la Conferencia de Decanos de Matemáticas;
honorable cònsol del Regne Unit a Barcelona;
convidats, amigues i amics;
professor Sir Michael Francis Atiyah:

Bon dia, buenos días, *good morning*, صباح الخير (*sabah al-khair*)

1

El protocol formal d'aquest acte demana fer «un elogi dels mèrits del professor Sir Michael Francis Atiyah». Aquests mèrits, però, són tan clars i extraordinaris, i han estat reconeguts per un seguit tan nombrós d'instàncies del més alt nivell arreu del món, que no em sembla adient fer-ne referència aquí, i encara menys quan els poden trobar reflectits en el resum biogràfic de la targeta d'invitació a aquest acte o, amb força més detalls, en els pòsters exposats a l'entrada d'aquest auditori.

The formal protocol of this ceremony calls for “praising the merits of Professor Sir Michael Francis Atiyah”. These merits, however, are so clear and extraordinary, and they have been acknowledged by such a numerous list of the highest level instances around the world, that I do not see fit to refer to them here, and even less when you can find a summary in the invitation card or, with considerably more detail, in the poster exhibit in this auditorium hall.

A canvi faré unes consideracions sobre la seva obra que han estat escollides amb la intenció de subratllar algunes de les virtuts d'una ment prodigiosament fecunda i clara. Al meu entendre, aquestes virtuts són la base de la qual han brotat les seves extraordinàries contribucions científiques i, com a conseqüència, els reconeixements de què ha estat objecte.

2

A les persones que cursàvem matemàtiques a finals dels anys seixanta, les primeres onades d'Atiyah ens van arribar en forma de dos llibres. El primer porta per títol *K-Theory* i fou publicat el 1967 per l'editorial Benjamin. El segon llibre fou l'«Atiyah-Macdonald», és a dir, la *Introduction to commutative algebra*, que va ser publicat el 1969 per Addison-Wesley. Són llibres molt diferents, i en molts sentits, però ambdós ens van revelar noves vies per crear coneixement i ens van meravellar per la seva insuperable habilitat de fer-nos-el accessible.

Instead I shall make a few comments about his work that have been chosen with the intention of emphasizing some of the virtues of a prodigiously fecund and clear mind. To my understanding, these virtues are the foundation from which have sprung his extraordinary scientific contributions and, as a consequence, the recognitions that he has received.

The first Atiyah waves that reached those of us that were studying mathematics toward the end of the sixties materialized in the form of two books. The title of the first was K-Theory and was published in 1977 by Benjamin. The second book was the "Atiyah-Macdonald", which means the Introduction to Commutative Algebra. It was published in 1969 by Addison-Wesley. The two books are rather different, and in many respects, but both revealed new ways of creating knowledge. We marvelled at the unsurpassed ability to make that knowledge accessible to us.

El llibre *K-Theory* conté les notes de les conferències que Atiyah va impartir a Harvard la tardor de 1964.

3

En aquell moment, fa deu anys que Atiyah ha acabat brillantment la seva etapa de formació a Cambridge i des d'aleshores ha publicat un seguit d'articles que mostren l'amplada i profunditat de la seva mirada.

4

Entre aquests articles hi ha els que va escriure en col·laboració amb Friedrich Hirzebruch sobre l'anomenada «teoria *K*». Dóna fe de la significació d'aquests treballs el fet que el 1962 imparteix la conferència *The Grothendieck ring in geometry and topology* al Congrés Internacional de Matemàtics (ICM) celebrat a Estocolm. La importància d'aquesta teoria quedarà encara més clara en els desenvolupaments posteriors relacionats amb la «teoria de l'índex».

The K-Theory book is based on the lecture notes for a course taught at Harvard in the fall of 1964. It was ten years since Atiyah had brilliantly finished his bachelor years at Cambridge and in the meantime he had published a stream of articles that unveil the depth and breath of his sight. Among those articles there are those that he wrote in collaboration with Friedrich Hirzebruch on so-called "K theory". Witness of the significance of these works is the fact that in 1962 he delivers the lecture The Grothendieck ring in geometry and topology at the International Congress of Mathematicians (ICM) held in Stockholm. The importance of this theory will be even clearer in the subsequent developments related with the "index theory".

5

L'altre llibre que he esmentat, la *Introduction to commutative algebra*, fou escrit per Michael Atiyah i Ian Macdonald en ocasió d'un curs impartit a Oxford a estudiants de tercer de la llicenciatura de matemàtiques. Per a molts matemàtics és un llibre modèlic. Presenta a la perfecció, en menys de 140 pàgines, les idees essencials del tema, incloent-hi les connexions amb la geometria algebraica i la teoria de nombres. Els problemes al final de cada capítol, molt ben escollits, formen una part integral del disseny del llibre. La seva solució sistemàtica és essencial per a una comprensió cabal de les idees i no voldria deixar de dir que aquesta tasca s'ha considerat, des de la publicació del llibre, com una mena de ritus iniciàtic per a l'estudiantat de matemàtiques. Ha estat, doncs, i continua essent, una referència obligada per als estudiants de matemàtiques i per als professors d'àlgebra. La

6

versió castellana, a càrrec de Griselda Pascual (1926-2001), fou publicada el 1973 per l'editorial Reverté i és la versió més usada entre els nostres estudiants.

The other book that I mentioned, the Introduction to Commutative Algebra, was written by Michael Atiyah and Ian Macdonald on the occasion of teaching a course at Oxford to third year mathematics students. For many mathematicians it is a model book. It presents to perfection, in less than 140 pages, the essential ideas of the subject, including connections with algebraic geometry and with number theory. The problems at the end of each chapter, chosen with much care, are an integral part of the book design. Solving them systematically is essential for a thorough understanding of the ideas and I would like to say that this task has been considered, since the publication of the book, as a sort of rite of passage for mathematics students. It has been, and still is, a compulsory reference for all mathematics students and for the algebra teachers. The Spanish version, following the translation by Griselda Pascual (1926-2001), was published in 1973 by Reverté and is the version most used by Spanish speaking students.

7

Entre l'ICM de 1962 i l'ICM de 1966, Michael Atiyah inicia recerques sobre el que Israïl M. Gel'fand anomena el «problema de l'índex» (fa referència al nombre de solucions independents dels sistemes d'equacions en derivades parcials anomenats *el·líptics*) i aviat troba una estratègia per resoldre'l. Per dur a terme aquesta estratègia troba adient

8

col·laborar amb I. Singer (publiquen un article fonamental el 1963) i amb R. Bott (dos articles clau sobre la qüestió, un el 1964 i l'altre el 1966). A més, generalitza el problema a les «varietats amb vora»

9

(aquest resultat apareix com a apèndix del volum 57 dels «Annals of Mathematics Studies» de Princeton, el qual conté els fruits d'un seminari fet el 1965 sobre *The Atiyah-Singer index theorem*).

«M'adonava de la significació del teorema de l'índex i que era un punt important del meu treball, però hauria estat difícil predir que el tema em continuaria ocupant, de diverses maneres, durant els vint anys següents. A més, m'hauria sorprès molt si se m'hagués dit que aquest treball seria important, en el seu moment, per a la física teòrica» (del Comentari a CW3).

Between the 1962 and 1966 ICMs, Michael Atiyah begins research on what Israïl M. Gelfand calls the “index problem” (it refers to numbers of independent solutions of elliptic partial differential equations) and soon imagines a strategy to solve it. To carry out this strategy he collaborates with I. Singer (they publish a fundamental paper in 1963) and with Bott (two key papers on this question, one in 1964 and another in 1966). In addition, he generalizes the problem to “manifolds with boundary” (this result appears as an appendix in the volume 57 of the «Annals of Mathematics Studies» of Princeton, which contains the fruits of a seminar run in 1965 on The Atiyah-Singer index theorem).

“I realized at the time the significance of the index theorem and that it represented the high point of my work, but it would have been hard to predict that the subject would continue to occupy me in various forms for the next twenty years. I would also have been extremely surprised if I had been told that this work would in due course become important in theoretical physics” (Commentary to CW3).

10

Arribem així a l'ICM de 1966, celebrat a Moscou, en el qual és merescudament guardonat amb la medalla Fields:

Michael Francis Atiyah (Universitat d'Oxford). Ha treballat amb Hirzebruch en teoria K ; ha demostrat, conjuntament amb Singer, el teorema de l'índex per a operadors el·líptics sobre varietats complexes; ha treballat conjuntament amb Bott per demostrar un teorema del punt fix relacionat amb la «formula de Lefschetz».

11

És obligat esmentar aquí la monografia *Elliptic operators and compact groups* (Springer-Verlag, 1974). Està basada en el cicle de conferències que Atiyah va impartir el 1971 a l'Institut d'Estudis Avançats de Princeton i en certa manera és a la teoria de l'índex d'Atiyah-Singer el que la *K-Theory* fou per a la teoria K d'Atiyah-Hirzebruch. Potser és menys coneguda, però és magistral en el propòsit (una extensió de la teoria de l'índex als operadors «transversalment el·líptics»), en la varietat i sofisticació de les tècniques usades, i en la brevetat (menys de cent pàgines!).

We come to the 1966 ICM (held in Moscow) in which M. Atiyah is deservedly awarded the Fields medal:

Michael Francis Atiyah (Oxford University). Did joint work with Hirzebruch in K-theory; proved jointly with Singer the index theorem of elliptic operators on complex manifolds; worked in collaboration with Bott to prove a fixed point theorem related to the “Lefschetz formula”.

It is an obligation to say here a few words on the memoir Elliptic operators and compact groups (Springer-Verlag, 1974). It is based on the course of lectures taught by Atiyah in 1971 at the Institute for Advanced Study and in some ways it is related to the Atiyah-Singer index theory as the K-Theory book was related to the K theory of Atiyah-Hirzebruch. It is perhaps less well known, but it is masterful in its purpose (an extension of the index theory to operators “transversally elliptic”), in the variety and sophistication of the techniques used, and in the brevity (less than hundred pages).

En aquest punt és oportú fer referència al fet que el 1975, fruit d'un curs d'estiu al CIME (Centro Internazionale Matematico Estivo, a Itàlia), Atiyah publicà un altre *report* sobre la teoria de l'índex, amb el títol *Classical groups and classical differential operators on manifolds*, que encara avui constitueix una excel·lent introducció al tema.

At this point it is fitting to say that in 1975, as a result of a Summer course at CIME (Centro Internazionale Matematico d'Estivo, Itàlia), Atiyah published another report on the index theory, with the title *Classical groups and classical differential operators on manifolds*, which even today counts as an excellent introduction to the subject.

12

La següent onada d'Atiyah ens arribà a finals dels anys setanta. Més concretament, el 1979, amb la monografia *Geometry of Yang-Mills fields*, corresponent a les «Lezioni Fermiane» promogudes per l'Accademia Nazionale dei Lincei i l'Scuola Normale Superiore de Pisa. En el moment d'impartir aquestes lliçons, només havia passat un any des del moment en què Atiyah va orientar el seu interès envers les anomenades «teories gauge», o de «Yang-Mills», amb l'atenció posada en la interacció entre la geometria i la física. Enfocat a una audiència de físics i matemàtics, és un treball de síntesi de diversos punts de vista, incloent-hi el del «programa twistor» de Penrose, i que conté construccions i resultats molt celebrats en aquell moment, com pot ser la construcció de solucions autoduals de les equacions de Yang-Mills (anomenades *instantons*), fruit d'Atiyah, Ward, Drinfeld i Manin. Com en les monografies esmentades abans, l'extensió del treball no arriba a les cent pàgines.

13

The following Atiyah wave reached us at the end of the seventies. More concretely, in 1979, with the memoir The Geometry of Yang-Mills fields, corresponding to the “Lezioni Fermiane” sponsored by the Accademia Nazionale dei Lincei and the Scuola Normale Superiore de Pisa. At the time of giving these lectures, it is not more than one year from the moment Atiyah has oriented his interests towards the so-called “gauge theories”, or “Yang-Mills” theories, with the attention focussed on the interaction between geometry and physics. Delivered to a mixed audience of physicists and mathematicians, it brings about a synthesis of several points of view, including Penrose’s “twistor programme” approach, and it contains constructions and results much celebrated then, as for example the construction of self-dual solutions of the Yang-Mills equations (also called “instantons”) due to Atiyah, Ward, Drinfeld and Manin. As in the memoirs referred to before, it has less than one hundred pages.

La influència d'aquesta monografia, i dels nombrosos treballs en la mateixa direcció que la van seguir, ha estat immensa. Sens dubte es pot prendre com el punt en què es va restablir la mena d'interacció constructiva entre física i matemàtiques que s'havia perdut en la primera meitat del segle XX (amb algunes excepcions, com és el cas de Hermann Weyl). De fet aquest restabliment ha estat amb escreix, ja que si fins aleshores havien estat les matemàtiques les que s'aplicaven a la física, a partir d'aleshores s'ha anat veient cada cop més clar que les idees inspirades en la física poden tenir unes conseqüències extraordinàries en el món de les matemàtiques.

The influence of this memoir, and of the numerous works advancing in similar directions that followed it, has been immense. No doubt it can be taken as the point in which the constructive interaction between physics and mathematics was restored after its fading away in the first half of the XX century (with some exceptions, as in the case of Hermann Weyl). In fact this restoration came about with a bonus, for if until then it was the mathematics that were applied to physics, it became ever more evident that the ideas inspired in physics could have extraordinary consequences in the world of mathematics.

15

La cresta de la singular onada que va seguir es pot identificar amb la publicació el 1990 de la breu monografia *The geometry and physics of knots*, la qual recull les conferències impartides per Atiyah el 1988 a Florència sota els auspicis de l'Accademia Nazionale dei Lincei. L'objecte d'aquesta meravellosa obra és exposar «la teoria de Jones, transformada per Witten en una teoria quàntica de camps topològica». És una frase certa, però per comprendre'n l'abast és necessari fer-se càrrec de tres desenvolupaments que han tingut lloc entre *The geometry of Yang-Mills fields* i *The geometry and physics of knots*, tot fixant-nos en el paper que hi va tenir Atiyah.

16

Un primer esdeveniment sorprenent es va produir a principis dels anys vuitanta per obra de Simon Donaldson, un deixeble d'Atiyah, quan va usar les equacions de Yang-Mills per deduir espectaculars resultats sobre la geometria en dimensió 4 (la dimensió de l'espai-temps d'Einstein). Per aquests treballs, Donaldson fou guardonat amb la medalla Fields en l'ICM de 1986 (Berkeley).

The crest of the singular wave that followed can be identified with the publication in 1990 of the brief memoir The Geometry and Physics of Knots, which assembles the lectures delivered in Florence by Atiyah in 1988 sponsored by the Accademia Nazionale dei Lincei. The focus of this wonderful work is to explain “the Jones theory, transformed by Witten into a Topological Quantum Field Theory”. This is a truthful statement, but to understand its scope it is necessary that we look back at three developments that took place between The Geometry of the Yang-Mills Fields and The Geometry and Physics of Knots, while keeping an eye on the role played by Atiyah in those events.

A first rather surprising development, occurred at the beginning of the eighties, was the work of Simon Donaldson, a student of Atiyah. In this work he used the Yang-Mills equations to deduce spectacular results on the geometry in dimension 4 (the dimension of Einstein's space-time). For these works, Donaldson was awarded the Fields medal in the Berkeley ICM (1986).

17

El segon desenvolupament va associat al físic Edward Witten, que mereix una menció molt especial. En justes paraules del mateix Atiyah: «El seu domini de les matemàtiques és assolit per pocs matemàtics, i la seva habilitat per interpretar idees físiques en forma matemàtica és única. Repetidament ha sorprès la comunitat matemàtica amb aplicacions brillants de la intuïció física que han conduït a nous i profunds teoremes matemàtics.» Aquestes paraules s'han extret de la descripció del treball de Witten en ocasió de l'atorgament de la medalla Fields a l'ICM de 1990 (Kyoto), cosa que el va convertir en l'únic físic a qui s'ha fet aquesta alta distinció.

18

I el tercer desenvolupament que cal considerar és el treball de Vaughan Jones, que va obtenir, cap a finals dels anys vuitanta, nous invariants de nusos (objectes de natura purament topològica) mitjançant idees relacionades amb la física. Per aquests treballs, Jones també va ser guardonat amb la medalla Fields a l'ICM de Kyoto.

The second development was associated with the physicist Edward Witten, who deserves a very special mention. Said in Atiyah's measured words, "[...] his command of mathematics is rivalled by few mathematicians, and his ability to interpret physical ideas in mathematical form is quite unique. Time and again he has surprised the mathematical community by a brilliant application of physical insight leading to new and deep mathematical theorems". These words can be found in Atiyah's description of Witten's work at the Kyoto ICM (1990), where he was awarded the Fields medal. He is thus the only physicist having received this distinction.

The third development that has to be considered is Vaughan Jones' work. He obtained, in the late eighties, new invariants of knots (objects of a purely topological nature) using ideas related to physics. For these works Jones was also awarded the Fields medal at the Kyoto ICM.

I és en aquest punt que Atiyah presenta un treball en un simposi sobre Hermann Weyl (1987), en el qual conjectura que la teoria de Donaldson i els invariants de Jones han de tenir una explicació basada en la teoria quàntica de camps. Aquesta interpretació l'exposa poc després Witten en dos articles publicats el 1989, un relatiu a Jones i l'altre a Donaldson, que inicien la teoria quàntica de camps topològica. D'aquesta manera s'entén millor l'objecte de *The geometry and physics of knots*: «[exposar] la teoria de Jones, transformada per Witten en una TQCT».

It is at this point that Atiyah presents a paper at the Hermann Weyl symposium (1987) in which he conjectures that Donaldson's theory and Jones' invariants can be explained using quantum field theory. This interpretation is published soon after by Witten in two articles published in 1989, one on Jones and the other on Donaldson, that initiate topological quantum field theory. In this way we gain a better understanding of the purpose of The Geometry and Physics of Knots: "[to explain] the Jones theory, transformed by Witten into a TQFT".

20

Els he parlat d'una part molt significativa de l'obra de Michael Atiyah, però he de dir que quant a extensió només és una petita fracció de la seva obra fins al 2004. En efecte, els sis volums actuals dels seus «Collected Works», publicats el 1988 i el 2004 (5 i 1 volums, respectivament), apleguen més de quatre mil pàgines, mentre que les memòries de què hem parlat (*K-Theory*, *The geometry of Yang-Mills fields*, *Elliptic operators and compact groups*, *Classical groups and classical differential operators on manifolds* i *The geometry and physics of knots*) no arriben a les cinc-centes pàgines.

21

Michael Atiyah fou guardonat el 2004, conjuntament amb I. Singer, amb el Premi Abel «pel seu descobriment del teorema de l'índex, que relliga topologia, geometria i anàlisi, i pel seu destacat paper en l'establiment de ponts entre les matemàtiques i la física teòrica».

I have spoken about a very significant part of Michael Atiyah's work, but I have to say that in extension it represents only a small fraction of his production. Indeed, his six volumes of "Collected Works", published in 1988 (5 volumes) and 2004 (1 volume), assemble more than four thousand pages, while the memoirs about which I have talked (K-Theory, The Geometry of Yang-Mills Fields, Elliptic operators and compact groups, Classical groups and classical differential operators on manifolds, and The Geometry and Physics of Knots) add up to less than five hundred pages.

In 2004 Michael Atiyah was awarded, jointly with Isadore Singer, the Abel Prize "for their discovery and proof of the index theorem, bringing together topology, geometry and analysis, and their outstanding role in building new bridges between mathematics and theoretical physics".

Un aspecte interessant de l'obra d'Atiyah és que conté un bon nombre de peces (gairebé quaranta) que ell en diu «quasi-matemàtiques» i que de fet són assajos, visions panoràmiques d'alguna qüestió o escrits biogràfics. Pel que fa a l'extensió no arriba a una dècima part de la seva obra coneguda, però tenen una gran importància perquè ofereixen vies més planeres d'accés al seu pensament que les dels articles més tècnics. A més, posen de manifest que Atiyah és també un escriptor de primera fila. La seva prosa és fluida, nítida, efectiva. No s'entrebanca en res, no conté coses supèrflues i sempre fa la impressió que ho ha dit tot.

An interesting aspect of Atiyah's Opera is that it contains a good number of pieces (nearly forty), qualified as "quasi-mathematical" by the author, that consist in essays, surveys or biographical writings. In extension they occupy less than one tenth of the Collected Works, but their importance is great because they offer more leisurely ways to access Atiyah's thinking than the more technical articles. In addition, they reveal that Atiyah is also a first rate writer. His prose is fluent, sharp, spotless, effective. It trips over nothing, does not contain unnecessary things and it always gives the impression that it has said all that it is to be said.

22

Michael Atiyah ha visitat Barcelona el 1997, el 1998 i el 2007. El propòsit de les visites de 1997 i 1998 va ser presidir les reunions del Comitè Científic del 3r Congrés Europeu de Matemàtiques (3ecm). La institució amfitriona fou la Societat Catalana de Matemàtiques (Institut d'Estudis Catalans), com a responsable de l'organització del 3ecm per delegació de la Societat Matemàtica Europea.

23

(Deixin-me recordar aquí que els perllongats esforços de Michael Atiyah van tenir un paper decisiu en la fundació d'aquesta societat).

24

La institució amfitriona en la visita de 2007 va ser la Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME) de la UPC i el propòsit va ser la impartició de la conferència *keynote* titulada *Riemann's influence in*

25

analysis, geometry and number theory en el marc del Curs Riemann de l'FME.

En la visita de 2007, Atiyah també fou invitat pel Centre de Recerca Matemàtica a fer una conferència amb el títol de *Duality in mathematics and physics*. Aquesta conferència es va impartir a la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona.

Michael Atiyah visited Barcelona in 1997, in 1998 and in December 2007. The purpose of the 1997 and 1998 visits was to chair meetings of the Scientific Committee of the 3rd European Congress of Mathematics (3ecm). On those occasions the host institution was the Societat Catalana de Matemàtiques of the Institut d'Estudis Catalans, responsible of the organization of the 3ecm by delegation of the European Mathematical Society. (Let me recall that the sustained efforts of Michael Atiyah played a decisive role in its foundation).

The host institution for the 2007 visit was the Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME) of the Universitat Politècnica de Catalunya and the purpose was to deliver the keynote lecture Riemann's influence in Analysis, Geometry and Number theory of the FME Riemann year.

In the December 2007 visit, Atiyah was also invited by the Centre de Recerca Matemàtica to deliver a lecture on Duality in Mathematics and Physics. This lecture was delivered at the Facultat de Matemàtiques of the Universitat de Barcelona.

Let me go back for a moment to the World Mathematical Year. One of the many activities you were involved with was chairing the International Mathematical Union project that turned out to be called *Mathematics: Frontiers and Perspectives*. One of the papers, by W. T. Gowers (*The two cultures of Mathematics*), includes the following quotation of the 1984 interview by Minio:

Q. How do you select a problem to study?

A. I think that presupposes an answer. I don't think that's the way I work at all. Some people may sit back and say, "How do I solve this problem?" I don't. I just move around in the mathematical waters, thinking about things, being curious, interested, talking to people, stirring up ideas; things emerge and I follow them up. Or I see something which connects up with something else I know about, and I try to put things together and things develop. I have practically never started off with any idea of what I am going to be doing or where it's going to go. I'm interested in mathematics; I talk, I learn, I discuss and then interesting questions simply emerge. I have never started off with a particular goal, except the goal of understanding mathematics.

Professor Sir Michael Francis Atiyah, we are very grateful, very happy, and very proud of your having accepted our invitation to receive an honorary degree from our university, and, by extension, from our mathematical community at large.

Let me end by trying to welcome you into our institution, into our mathematical community, in one of the languages that is dear to you from your childhood and youth:

مرحبا بك في جامعتنا

(marháb bi:k fi jamatina)